

**Vorlesung: Phylogenetik
Wintersemester 2010/2011**

Übungen

Übung 10, Abgabe: 20.01.2011

1. **Vorbereitung der Vorlesung vom 20.01.2011** (0 Punkte)
Arbeite im Skript den Abschnitt 8.1 auf den Seiten 66 bis 69 durch.

2. **Sigma Algebren** (3 Punkte)

(a) Aus einem Topf mit gleich vielen roten, gelben und blauen Kugeln wird immer eine Kugel gezogen und zurückgelegt, so dass sich der Stichprobenraum $\Omega = \{rot, gelb, blau\}$ ergibt. Bestimme die größte und die kleinste σ -Algebra.

(b) Sei der Stichprobenraum $\Omega = \{A, B, C, D, E\}$.

Bestimme, welche der folgenden Mengen σ -Algebren sind:

i. $\mathcal{F}_1 = \{\emptyset, \{A\}, \{B\}, \{A, B\}, \{C, D, E\}, \{A, C, D, E\}, \{B, C, D, E\}, \Omega\}$

ii. $\mathcal{F}_2 = \{\emptyset, \{A, B, C\}, \{D, E\}, \Omega\}$

iii. $\mathcal{F}_3 = \{\emptyset, \{A\}, \{B\}, \{A, C, D, E\}, \{B, C, D, E\}\}$

iv. $\mathcal{F}_4 = \{\emptyset, \{A\}, \{B\}, \{C, D, E\}, \{A, C, D, E\}, \{B, C, D, E\}, \Omega\}$

3. **Stichprobenraum, Unabhängigkeit von Ereignissen.** (5 Punkte)

Sei $\Omega_2 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), \dots, (6, 6)\}$ der Stichprobenraum von zwei fairen Würfeln. Die Würfel sind unterscheidbar, so bezeichnet z. B. $(4, 3)$ das Elementarereignis, bei dem der erste Würfel eine Vier zeigt und der zweite eine Drei. (Tipp: Bestimme zuerst $|\Omega_2|$).

Formuliere folgende Ereignisse aus Ω_2 mathematisch und gib deren Wahrscheinlichkeit an:

- (a) Würfel 1 zeigt eine 4.
(b) Die Summe von beiden Würfeln ist 10.
(c) Die Summe von beiden Würfeln ist 5.
(d) Würfel 2 zeigt eine gerade Zahl.
(e) Würfel 1 zeigt eine ungerade und Würfel 2 eine gerade Zahl.

4. Abhängigkeiten

(3 Punkte)

i.) Aus einem Topf mit sechs roten, sechs gelben und sechs blauen Kugeln wird immer eine Kugel gezogen und zurückgelegt. Zu jeder gezogenen Kugel wird aus einem zweiten Topf mit vier roten, vier gelben und vier blauen Kugeln eine gezogen und zurückgelegt. Somit ergibt sich der Stichprobenraum $\Omega = \{(a, b) : a = \text{rot, gelb, blau}; b = \text{rot, gelb, blau}\}$

ii.) Aus einem Topf mit zehn roten, zehn gelben und zehn blauen Kugeln werden hintereinander zwei Kugeln gezogen und danach zurückgelegt. Der Stichprobenraum ist wie in i.) $\Omega = \{(a, b) : a = \text{rot, gelb, blau}; b = \text{rot, gelb, blau}\}$.

Sei A das Ereignis, dass beide Kugeln die gleiche Farbe haben und B das Ereignis, dass die erste Kugel gelb ist. Entscheide und begründe mathematisch für die Experimente i.) und ii.), ob diese beiden Ereignisse unabhängig voneinander sind.