

Vorlesung: Phylogenetik  
Wintersemester 2010/2011

Übungen

Übung 8, Abgabe: 23.12.2010

1. Ultrametrien (4 Punkte)

Ist eine Pfadmetrik  $d^T$  gegeben, die die Entfernung von  $n$  Taxa zueinander angibt, dann gilt:

Beschreibt  $d^T$  eine Ultrametrik, dann gibt es maximal  $n - 1$  unterschiedliche Einträge  $d_{i,j}^T$  für alle  $i \neq j$ .

- (a) Begründe, dass diese Aussage gilt. (Hinweis: Überlege für jeden inneren Knoten eines ultrametrischen Baumes welche Distanzen die Taxa, die diesen Knoten als LCA haben, haben können.)
- (b) Finde ein Gegenbeispiel mit vier Taxa, das zeigt, dass der Umkehrschluss nicht gilt. (Umkehrschluss: "Jede Pfadmetrik mit maximal  $n - 1$  unterschiedlichen Einträgen  $d_{i,j}^T$  für alle  $i \neq j$  beschreibt eine Ultrametrik")

2. Rekonstruktion additiver Bäume. (4 Punkte)

Die folgende Distanzmatrix ist *additiv*:

|   | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 9 | 7 | 9 | 7 | 9 |
| B |   | 0 | 5 | 5 | 9 | 5 |
| C |   |   | 0 | 5 | 7 | 5 |
| D |   |   |   | 0 | 9 | 3 |
| E |   |   |   |   | 0 | 9 |
| F |   |   |   |   |   | 0 |

Rekonstruiere den entsprechenden additiven Baum mit Hilfe des Algorithmus von Waterman (Skript, Abschnitt 6.3.1). Gib alle Zwischenschritte an.

(Bitte umblättern.)

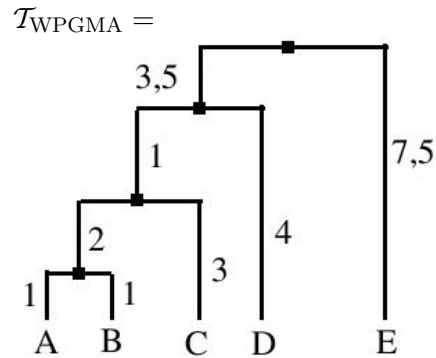
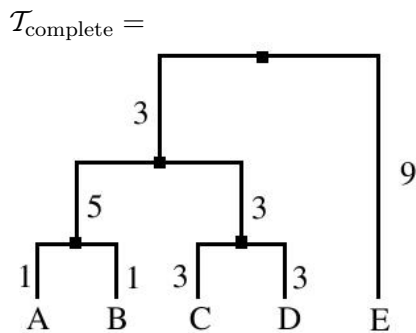
3. **Fitch-Margoliash.**

(6 Punkte)

Auf dem Übungsblatt 7 wurde *UPGMA* als Clustering-Verfahren zur Baumrekonstruktion benutzt. Werden anstatt dessen *Complete linkage* und *WPGMA* Clustering verwendet, kommen zu der gegebenen Matrix  $d^M$  die folgenden Bäume  $\mathcal{T}_{\text{complete}}$  und  $\mathcal{T}_{\text{WPGMA}}$  heraus:

$$d^M :=$$

|   | A | B | C | D  | E  |
|---|---|---|---|----|----|
| A | 0 | 2 | 8 | 12 | 18 |
| B |   | 0 | 4 | 8  | 18 |
| C |   |   | 0 | 6  | 18 |
| D |   |   |   | 0  | 12 |
| E |   |   |   |    | 0  |



Berechne den *Least Squares* Fehler  $E := \|\vec{d}^{\mathcal{T}} - \vec{d}^M\|^2$  (nach Fitch und Margoliash) für beide Bäume. Dazu gib zuerst  $d^M$  in Vektorschreibweise an. Danach führe die folgenden Schritte jeweils für beide Bäume durch:

$$\mathcal{T} \in \{\mathcal{T}_{\text{complete}}, \mathcal{T}_{\text{WPGMA}}\}$$

1. Schreibe  $M^{\mathcal{T}}$  und  $\vec{w}$  bezüglich  $\mathcal{T}$  auf.
2. Berechne daraus zunächst  $\vec{d}^{\mathcal{T}}$ .
3. Berechne schließlich  $E := \|\vec{d}^{\mathcal{T}} - \vec{d}^M\|^2$ .

Welcher der beiden Bäume ist „besser“?