

Übungen zur Phylogenetik Vorlesung

Universität Bielefeld, WS 2011/2012, Dr. Roland Wittler
<http://wiki.techfak.uni-bielefeld.de/gi/Teaching/2011winter/Phylogenetik>

Blatt 2 vom 20.10.2011

Abgabe in einer Woche zu Beginn der Vorlesung oder vorab im Briefkasten bei U10-151.

Aufgabe 1

(1 Punkt)

Beschrifte deine Abgabe gut leserlich mit deinem Namen und dem Namen deines Tutors bzw. deiner Tutorin. Besteht deine Abgabe aus mehreren Blättern, hefte sie mit einer Heftklammer (keine Büroklammer) zusammen.

Aufgabe 2 Aufzählen von Binärbäumen.

(2 Punkte)

Im Skript ist eine Formel für die Anzahl aller beschrifteten, ungewurzelten Binärbäume mit **genau** n Blättern gegeben. Der dazugehörige Beweis beschreibt implizit eine Aufzählvorschrift für diese Binärbäume.

Formuliere einen Algorithmus *in Pseudocode*, der alle beschrifteten, ungewurzelten Binärbäume mit **bis zu** n Blättern ausgibt.

(Es soll keine explizite Datenstruktur für Bäume beschrieben werden. Verwende stattdessen einfach Mengenschreibweise, z.B. Anweisungen wie $E := E \setminus \{(u, v)\} \cup \dots$. Es darf eine Funktion $\text{output}(G)$ als gegeben angenommen werden, die einen Baum $G = (V, E)$ ausgibt. **Tipp:** Formuliere einen rekursiven Algorithmus und einen initialen Aufruf.)

Wer Lust hat, darf diesen Algorithmus auch in einer Programmiersprache seiner Wahl implementieren. Bitte keinen Quelltextausdruck als Abgabe. Für eine Vorführung des Programms in dem Tutorium kann es einen Extrapunkt geben.

Aufgabe 3 Eigenschaften eines gewurzelten Binärbaums.

(3 Punkte)

Beobachtung: Jeder binäre gewurzelte Baum mit n Blättern hat $2n - 2$ Kanten.

Lemma: Für n Objekte ($n \geq 2$) gibt es $R_n = \prod_{i=2}^n (2i - 3)$ beschriftete, *gewurzelte* Binärbäume mit diesen Objekten an den Blättern.

Begründe die Beobachtung und beweise das Lemma.

(**Tipp:** Verfahre entsprechend des Beweises auf Seite 13 für ungewurzelte Bäume.)

Aufgabe 4 Spezies- und Genbäume.

(2 Punkte)

Gegeben seien folgende Baumtopologien im Newick-Format:

- Speziesbaum: $(A, (B, C));$
- Genbaum 1: $(1_A, (1_B, 1_C));$
- Genbaum 2: $((2_A, 2_B), 2_C);$

(a) Finde für jedes Gen eine Evolutionsgeschichte aus Genduplikationen, Speziationsereignissen und Genlöschungen, die die scheinbaren Widersprüche zur Topologie des Speziesbaums erklärt. Zeichne ein Bild ähnlich zu dem in der Vorlesung bzw. Bild 2.3 (rechts) im Skript.

(b) Gib alle Paare von orthologen und paralogenen Genen an.